令和２年度第２次募集

新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

外国人留学生特別入試

電気情報工学専攻

電気電子工学コース

Ｃ２

専門科目（電気電子工学）

Examination questions

注意事項

Directions

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this sheet before the examination starts.

2　問題冊子は，表紙を含めて全部で４ページある。
There are 4 pages including this cover sheet.

3　３問中２問を選択して解答すること。解答は，すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
Select two from three examination questions and answer to them. All answers must be filled in the designated place on the answer sheet.

4　解答は，すべて解答用紙に記入すること。
Write the answers into the Answer sheet.

5　受験番号は，各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。
Be sure to write the examinee number into ALL necessary parts in the Answer sheet.

6　解答時間は，１２０分である。
Test time is 120 minutes.

7　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。
Use a blank space of this booklet, if necessary.

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

[１] 線形代数 <Linear Algebra>

（１）以下に示すベクトル対の間の角度θ[rad]を求めよ。ただし，$0 \le \theta \le \pi$とする。
Find the angle θ $(0 \le \theta \le \pi)$ in radians between the following pairs of vectors:

$$\text{(a)} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{(b)} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{(c)} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{(d)} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

（２）以下の行列$\mathbf{A}$を仮定する。ただし，μ, ϕは任意の実数とする。
Suppose the following matrix $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix},$$

where μ and ϕ are arbitrary real numbers.

(a) $\mathbf{A}$の行列式を求めよ。
Find the determinant of $\mathbf{A}$.

(b) $\mathbf{A}$が可逆となる μ の条件を求めよ。
Find the condition of μ that $\mathbf{A}$ is invertible.

(c) (b)の条件の下で$\mathbf{A}$の逆行列$\mathbf{A}^{-1}$を求めよ。
Find the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$ of $\mathbf{A}$ under the condition in (b).

(d) $\mu = -1$とする。以下の式を満たすベクトル$\mathbf{x}$を求めよ。
Suppose $\mu = -1$. Find the vector $\mathbf{x}$ that satisfies the following equation:

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(e) $\mu = -1$とする。$\mathbf{A}$のすべての固有値を求めよ。
Suppose $\mu = -1$. Find all the eigenvalues of $\mathbf{A}$.

(f) $\mu = 1$とする。$\mathbf{A}$のすべての固有値を求めよ。
Suppose $\mu = 1$. Find all the eigenvalues of $\mathbf{A}$.

(g) $\mu = 0$とする。以下の式を満たすベクトル$\mathbf{x}$の解空間を求めよ。
Suppose $\mu = 0$. Describe the solution space of the vectors $\mathbf{x}$ that satisfy the following equation:

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(h) 以下の式を満たすベクトル$\mathbf{x}$の解空間を求めよ。
Describe the solution space of the vectors $\mathbf{x}$ that satisfy the following equation:

$$[\cos\phi \quad \sin\phi]\mathbf{x} = 1.$$

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

［２］信号処理〈Signal Processing〉

（１）以下のシステムが線形か非線形かを回答せよ。ただし，nを整数，$\mathrm{x}[n]$, $\mathrm{y}[n]$をそれぞれ入力数列$\{\mathrm{x}[n]\}$, 出力数列$\{\mathrm{y}[n]\}$のn番目の値とする。
For each of the following systems, determine whether the system is linear or not:

(a) $\mathrm{y}[n] = -\mathrm{x}[n]$,　(b) $\mathrm{y}[n] = \frac{1}{\mathrm{x}[n]}$,　(c) $\mathrm{y}[n] = \mathrm{x}[n] + 1$,　(d) $\mathrm{y}[n] = \mathrm{x}[n+1]$,

where n is an integer, as well $\mathrm{x}[n]$ and $\mathrm{y}[n]$ are the nth numbers in an input sequence $\{\mathrm{x}[n]\}$ and the output sequence $\{\mathrm{y}[n]\}$, respectively.

（２）図１に示すシステムTへの入力数列$\{\mathrm{x}[n]\}$のZ変換$\mathrm{X}(z)$を示せ。ただし，$n < 0$ もしくは $n > 1$ に対し$\mathrm{x}[n] = 0$である。
Find the Z-transform of the input sequence $\{\mathrm{x}[n]\}$ to the system T shown in Fig.1, where $\mathrm{x}[n] = 0$ for $n < 0$ or $n > 1$.

（３）図１に示すシステムTからの出力数列$\{\mathrm{y}[n]\}$のZ変換$\mathrm{Y}(z)$を示せ。ただし，$n < 0$ もしくは $n > 3$ に対し$\mathrm{y}[n] = 0$である。
Find the Z-transform of the output sequence $\{\mathrm{y}[n]\}$ from the system T shown in Fig.1, where $\mathrm{y}[n] = 0$ for $n < 0$ or $n > 3$.

（４）図１に示すシステムTが線形時不変であると仮定する。Tの伝達関数$\mathrm{H}(z)$を求めよ。
Suppose that the system T shown in Fig.1 is linear and time-invariant. Find the transfer function $\mathrm{H}(z)$ of T.

（５）図１に示すシステムTのインパルス応答$\{\mathrm{h}[n]\}$を図示せよ。
Draw the impulse response $\{\mathrm{h}[n]\}$ of the system T shown in Fig. 1.

（６）図１に示すシステムTの周波数応答$\mathrm{H}(e^{j\omega})$を求めよ。
Find the frequency response $\mathrm{H}(e^{j\omega})$ of the system T shown in Fig.1.

（７）図１に示すシステムTの周波数振幅応答$|\mathrm{H}(e^{j\omega})|$を求め，$0 \leq \omega \leq \pi$ rad の範囲でグラフを図示せよ。
Find the frequency magnitude response $|\mathrm{H}(e^{j\omega})|$ of the system T shown in Fig.1 and draw the graph in the range $0 \leq \omega \leq \pi$ rad.

（８）図１に示すシステムTの $\omega = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ rad に対する周波数位相応答$\angle\mathrm{H}(e^{j\omega})$をそれぞれ求めよ。
Determine the frequency phase response $\angle\mathrm{H}(e^{j\omega})$ of the system T shown in Fig.1 at $\omega = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ rad, respectively.

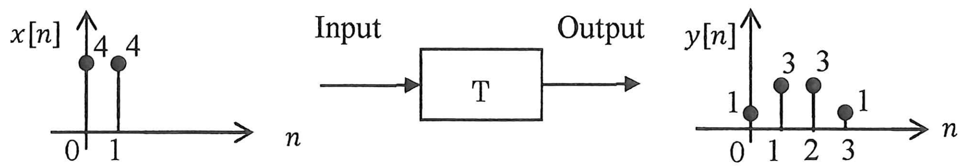

図１：システムT　Fig.1: System T

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

［３］ 通信システム 〈Communication Systems〉

（１） 次の用語についてそれぞれ説明せよ。Explain the following terms.

(a) 広義定常性（Wide-sense stationarity）

(b) エルゴード性（Ergodicity）

(c) ウィナーヒンチンの定理（Wiener-Khintchine Theorem）

（２） 図２に中心周波数 f_c の狭帯域帯域雑音生成器を示す。ここで，$n_I(t)$と$n_Q(t)$ は低域信号でそれぞれ $n(t)$ の同相成分と直交成分を表す。次の問いに答えよ。Fig. 2 shows the narrowband band-pass noise synthesizer centered at f_c where $n_I(t)$ and $n_Q(t)$ denote the low-pass signals of in-phase and quadrature components, respectively. Answer the following questions.

(a) 出力 $n(t)$ を式で表せ。Express the output signal $n(t)$ in formula.

(b) $n_I(t)$ と $n_Q(t)$の電力スペクトル密度 $S(f) = S_{n_I}(f) = S_{n_Q}(f)$が，図３のように表されるとする。$n_I(t)$ と$n_Q(t)$の共通の自己相関関数 $R(\tau)$ を求めよ。ただし，$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$ を用いて表すこと。 The power spectral density functions of $n_I(t)$ and $n_Q(t)$, $S(f) = S_{n_I}(f) = S_{n_Q}(f)$, are shown in Fig. 3. Determine the autocorrelation function $R(\tau)$ of $n_I(t)$ and $n_Q(t)$, using $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$.

(c) $n_I(t)$ と $n_Q(t)$が互いに無相関の場合，$n(t)$の電力スペクトル密度 $S_n(f)$ は，図４のように表される。$S_n(f)$ を$S(f)$を用いて表せ。If $n_I(t)$ and $n_Q(t)$ are uncorrelated, then the power spectral density functions of $n(t)$ is given in Fig. 4. Express $S_n(f)$ using $S(f)$.

(d) $n(t)$の自己相関関数 $R_n(\tau)$を求めよ。ただし，$R(\tau)$ を用いて表すこと。Determine the autocorrelation function $R_n(\tau)$ using $R(\tau)$.

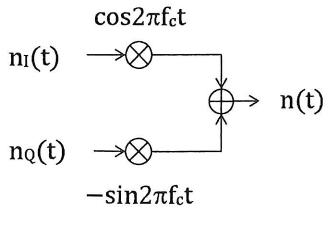

図 2, Fig. 2

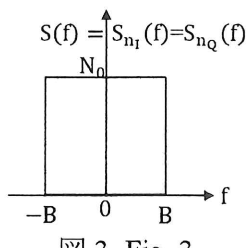

図 3, Fig. 3

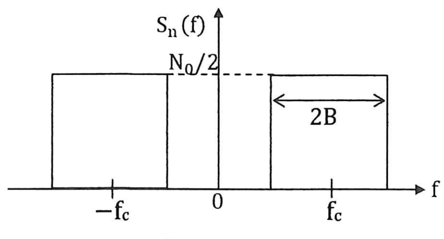

図 4, Fig. 4