平成２７年度第２次募集

新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

一　般　入　試

材料生産システム専攻

機能材料科学コース（物性系）

B１

専門科目（材料科学（物性系））

注意事項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，表紙を含めて全部で６ページある。

3　解答用紙にも注意事項が記載されているので，その指示に従うこと。
解答は，すべて指定された解答用紙に記入すること。
指定された解答用紙の中に自由に記入してよいが，解答した問題が分かるようにすること。裏面に解答する場合も，その旨，表面に明記すること。

4　受験番号は，各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。

5　解答時間は，180 分である。

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

[Ⅰ]　ハミルトニアン $\hat{H}$ に対して，規格化された固有関数を $u_n(x)$，エネルギー固有値を ϵ_n とする。シュレーディンガー方程式は，

$$\hat{H}u_n(x) = \epsilon_n u_n(x)$$

である。$\hat{H}$ はエルミート演算子であり，

$$\left(\int u_m^*(x)\hat{H}u_n(x)dx\right)^* = \int u_n^*(x)\hat{H}u_m(x)dx$$

を満たす。$*$ は複素共役を表す。以下の設問（1）～（8）に答えよ。

（1）$c(\neq 0)$ を定数として，$cu_n(x)$ が固有値 ϵ_n の $\hat{H}$ の固有関数であることを示せ。

（2）エネルギー固有値が実数であることを示せ。

（3）$\epsilon_n \neq \epsilon_m$ のとき，$\int u_n^*(x)u_m(x)dx = 0$ となることを示せ。

（4）固有値が ϵ_1 と ϵ_2 $(\epsilon_1 \neq \epsilon_2)$ の 2 つの固有状態 $u_1(x)$ と $u_2(x)$ の重ね合わせの状態として，

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1(x) + u_2(x))$$

を考える。$\psi(x)$ が規格化されていることを示せ。

（5）前設問（4）の状態 $\psi(x)$ のときの $\hat{H}$ の期待値を求めよ。

（6）設問（4）と同様に，重ね合わせの状態

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1(x) - u_2(x))$$

を作る。$\phi(x)$ と $\psi(x)$ が直交することを示せ。

（7）設問（4）と（6）の $\psi(x)$ と $\phi(x)$ を基底として，$\hat{H}$ を行列で表現せよ。

（8）前設問（7）で得られた行列の固有値を求めよ。

［II］　系の体積Vを微小な体積Δvで等分する。等分された微小空間を格子点と呼ぶ。格子点の総数を$M(=V/\Delta v)$とし，この格子点の集団に，内部自由度を持たない$n(\ll M)$個の同種粒子がランダムに占有するものとする。ただし，各格子点に存在する粒子数は0または1個とする。また，格子点における粒子の運動エネルギーや粒子間の相互作用も無視できるものとする。系の絶対温度をT，ボルツマン定数をkとし，以下の設問（1）～（3）に答えよ。

（1）　この系の微視的状態の数$g(M,n)$を求めよ。

（2）　この系の熱力学的なエントロピーSを求めよ。
ただし，スターリングの近似公式，$\log N! \simeq N\log N - N$を用いよ。
また，$x \ll 1$のとき，$\log(1+x) \simeq x$の関係を用いよ。

（3）　この系の熱力学的な諸量を求めたい。次の問①～④に答えよ。

①　この系の全エネルギーEは0である。理由を述べよ。

②　この系のヘルムホルツの自由エネルギーFをTとSで表せ。

③　この系の圧力pを求め，V, n, k, Tで表せ。

④　この系の化学ポテンシャルμを求め，M, n, k, Tで表せ。

［Ⅲ］ 半導体に関する以下の設問（1）と（2）に答えよ。

（1） 低温領域におけるアクセプタ濃度N_Aのp形半導体に関して，以下の問①～④に答えよ。なお，価電子帯から伝導帯へ熱励起される電子は無視できるほど少なく，アクセプタは部分的にイオン化されているとする。

① アクセプタ準位E_Aでの電子の存在確率が$\exp[-(E_A - E_F)/(kT)]$と表せるとき，イオン化されているアクセプタの濃度N_A^-を，アクセプタ濃度N_Aを用いて表せ。ここで，E_F，k及びTはそれぞれフェルミ準位，ボルツマン定数及び温度である。

② 前問①において，正孔濃度pが$p = N_V \exp[-(E_F - E_V)/(kT)]$と表せるとき，価電子帯上端$E_V$とフェルミ準位$E_F$とのエネルギー差である$(E_F - E_V)$を求めよ。ここで$N_V$及び$E_V$はそれぞれ価電子帯の有効状態密度及び価電子帯上端のエネルギーである。

③ 正孔濃度の対数は温度の逆数に対して線形変化し，その傾きからアクセプタのイオン化エネルギー$(E_A - E_V)$が求められることを，前問②の解答を用いて示せ。

④ N_A^-がN_Aの0.5倍の値よりやや小さいときのエネルギー帯図を描け。ただし，価電子帯上端のエネルギーE_Vと伝導帯下端のエネルギーE_Cを実線（———），フェルミ準位E_Fを一点鎖線（－・－・－），アクセプタ準位E_Aを点線（…………）で示せ。

（2） p形半導体基板を用いた金属－絶縁体－半導体構造のエンハンスメント形MIS電界効果トランジスタの構造の概略モデルと，その通常動作のための電極と配線の様子の一部を図1に示す。以下の問①～⑤に答えよ。

① 2つの直流電源の記号 ⊣⊢ と ⊣|⊢ を，解答用紙に記載してある図1と同じである図(a)に書き加えて，MIS 電界効果トランジスタが通常動作をするときのバイアス条件を示せ。なお，⊣|⊢ は ⊣⊢ よりも大きな直流電圧を出力できる電源である。

② ゲート電圧V_G（ゲート－ソース間電圧：$V_G > 0$）が一定のとき，ドレーン電圧V_{DS}（ドレーン－ソース間電圧：$V_{DS} > 0$）に対するドレーン電流I_Dの依存性を図2に示す。ここで，図2の点BはV_{DS}がピンチオフ電圧V_Pに等しい場合に対応しており，このときのnチャネル（反転層）の様

［次ページに続く］

子は図１及び図３に示されている。この図３を参照し，解答用紙の図(b)及び図(c)のそれぞれに，図２の点Ａ及び点Ｃの場合のｎチャネル（反転層）の様子を描け。

③　図２において，I_D は V_{DS} の増加に対して，点Ａ付近では増加する一方で，点Ｃ付近ではほぼ一定となる理由を説明せよ。

④　V_G を大きくすると，V_P も大きくなる。その理由を説明せよ。

⑤　図２において，V_G をより大きな値で一定とした場合の V_{DS} に対する I_D の変化の様子を図(d)に描き加えよ。また，そのように I_D が変化する理由を説明せよ。

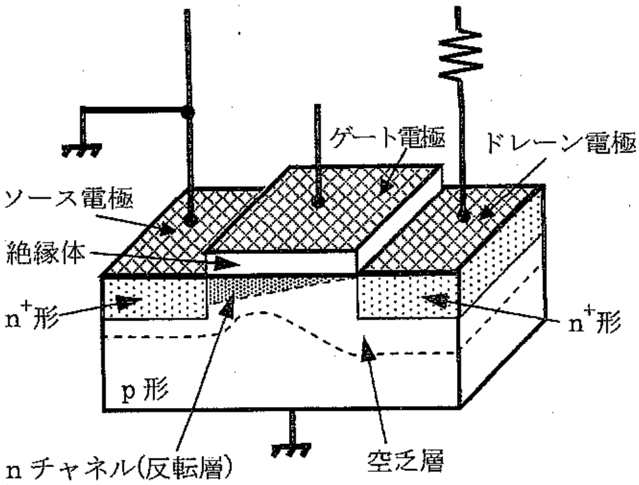

図１

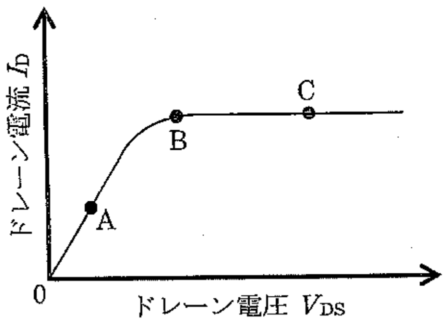

図２

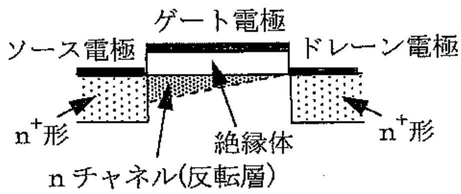

図３

[IV] 以下の設問（1）と（2）に答えよ。

（1）単原子からなる結晶の基本並進ベクトルが，a を格子定数として $\vec{a}_1 = a(1,0,0)$，$\vec{a}_2 = a(0,1,0)$，$\vec{a}_3 = a(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ で与えられる。以下の問①～⑥に答えよ。

① この結晶の格子構造の名称を答えよ。

② 結晶の並進対称性とは何か，$\vec{a}_1$，$\vec{a}_2$，$\vec{a}_3$ を用いて説明せよ。

③ この結晶の単位胞の体積を求めよ。

④ 逆格子の基本並進ベクトルを $\vec{b}_1$，$\vec{b}_2$，$\vec{b}_3$ とするとき，$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$ が成り立つ。ただし，$i, j = 1 \sim 3$，δ_{ij} はクロネッカーのデルタとする。$\vec{b}_1$，$\vec{b}_2$，$\vec{b}_3$ を，それぞれ $\vec{a}_1$，$\vec{a}_2$，$\vec{a}_3$ で表せ。

⑤ 逆格子の基本並進ベクトル $\vec{b}_1$，$\vec{b}_2$，$\vec{b}_3$，それぞれの成分を求めよ。また，この逆格子の格子構造の名称を答えよ。

⑥ 結晶構造の同定のためには，X線散乱が用いられる。X線の入射波数ベクトルを $\vec{k}$，反射波数ベクトルを $\vec{k}'$ とする。このとき，散乱ベクトル $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$ が，m_1，m_2，m_3 を整数として，$\vec{q} = m_1\vec{b}_1 + m_2\vec{b}_2 + m_3\vec{b}_3$ を満たすとき，散乱強度の増強がおこる理由を説明せよ。

（2）金属中の電気伝導について，以下の問①～④に答えよ。ただし電子の電荷を q，質量を m，数密度を n とする。

① 電流密度とは，単位断面積を単位時間あたりに通過する電荷の総量のことである。ある金属断面における電流密度が j であったとき，電子の平均速度を求めよ。

② 金属における電気抵抗は電子の散乱による。散乱をもたらす要因を2つ挙げよ。

③ 一様電場 E のもとで，散乱効果を考慮すると，t を時間としたときの電子の運動方程式は $m(\dot{v} + v/\tau) = qE$ で与えられる。ここで τ は緩和時間と呼ばれる定数である。$t \to \infty$ での電子の速度 v を求めよ。

④ 前問③の v を電子の平均速度と見なしたとき，電気抵抗率を q，m，n，τ を用いて表せ。