

平成25年度第2次募集

新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

一般入試

材料生産システム専攻

機能材料科学コース（物性系）

B1

専門科目（材料科学（物性系））

注意事項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、表紙を含めて全部で6ページある。
- 3 解答用紙にも注意事項が記載されているので、その指示に従うこと。
解答は、すべて指定された解答用紙に記入すること。
指定された解答用紙の中に自由に記入してよいが、解答した問題が分かるようにすること。裏面に解答する場合も、その旨、表面に明記すること。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、180分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。

[I] 物理量 Q に対応する演算子を \hat{Q} として、次の固有値方程式、

$$\hat{Q}\phi_n(x) = q_n\phi_n(x)$$

が成り立つとする。ここで、 $\phi_n(x)$ は固有値 q_n に対応する固有関数であり、縮退はないものとする。 x は空間座標である。次に演算子 \hat{Q}^\dagger を、

$$\left(\int \phi_n^*(x)\hat{Q}\phi_m(x)dx\right)^* = \int \phi_m^*(x)\hat{Q}^\dagger\phi_n(x)dx$$

によって定義する。 $*$ は複素共役を表す。以降、演算子 \hat{Q} は $\hat{Q}^\dagger = \hat{Q}$ を満たすものとする。以下の設問 (1) ~ (7) に答えよ。

(1) $\hat{Q}^\dagger = \hat{Q}$ を満たす演算子 \hat{Q} は _____ 演算子と呼ばれる。下線部に入る適当な語句を答えよ。

(2) 固有値 q_n は実数となることを示せ。

(3) $q_n \neq q_m$ のとき、 $\int \phi_n^*(x)\phi_m(x)dx = 0$ となることを示せ。

(4) 前設問 (3) のとき、 $\phi_n(x)$ と $\phi_m(x)$ は _____ するという。下線部に入る適当な語句を答えよ。

(5) $\phi_n(x)$ が規格化されているとき、重ね合わせの状態 $\psi(x) = \sum_n c_n\phi_n(x)$ が規格化される条件を c_n を用いて表せ。

(6) 重ね合わせの状態 $\psi(x) = \sum_n c_n\phi_n(x)$ にあるとき、物理量 Q の期待値 $\langle Q \rangle$ を c_n を用いて表せ。

(7) 固有関数として $\phi_1(x)$ と $\phi_2(x)$ の2つだけを考えるとき、この2つを基底として \hat{Q} を行列で表せ。

[II] スピンの大きさが $1/2$ からなる N 個の粒子系がある。この系に外部磁場 H_0 を加える。粒子1個の磁気モーメントの大きさを μ ，絶対温度を T ，ボルツマン定数を k とし，以下の設問(1)～(4)に答えよ。ただし，この系は粒子間相互作用の無い独立スピン系であり，外部磁場が無い状態での1粒子のエネルギーを0とする。

(1) 外部磁場 H_0 が加わった状態での粒子のエネルギー準位の様子を図示せよ。ただし，外部磁場が無い状態を基準として示し，外部磁場の向きと磁気モーメントの向きの関係を明記せよ。

(2) この系の分配関数 Z を求めたい。以下の問①と②に答えよ。

① 1粒子の分配関数 z を求めよ。

② この系の分配関数 Z を z を用いて表せ。

(3) 内部エネルギーを E ，エントロピーを S とすると，ヘルムホルツの自由エネルギー F は $F = E - TS$ で定義される。これを用いて，この系の F は $F = -kT \log Z$ で与えられることを示せ。

(4) この系のエントロピー S および磁気モーメント M を求めたい。以下の問①と②に答えよ。ただし，各量は微分式のままで表してよい。

① エントロピー S を1粒子の分配関数 z で表せ。

② 磁気モーメント M を1粒子の分配関数 z で表せ。

[Ⅲ] 半導体に関する以下の設問 (1) と (2) に答えよ。

(1) ドナーまたはアクセプタ不純物が添加された不純物半導体について、以下の問①～④に答えよ。

- ① キャリヤ濃度が $2.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 、移動度が $1.0 \times 10^2 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ であるとき、抵抗率を求めよ。単位も記すこと。ただし、電子の電荷の大きさを $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。
- ② 前問①の不純物半導体が、長さ $1.6 \times 10 \text{ cm}$ 、断面積 $4.0 \times 10^{-1} \text{ cm}^2$ の棒状であるとする。この棒状の不純物半導体において、両端間に電圧 4.0 V を印加したときに流れる電流を求めよ。単位も記すこと。
- ③ 不純物半導体において、キャリヤ濃度が一定値となる温度領域が存在する理由を説明せよ。
- ④ 前問③の温度領域において、一般に、不純物半導体の抵抗率は一定値とならない。抵抗率が温度上昇により増加するとき、その理由を説明せよ。

(2) 図1のエネルギー帯を有する n 形半導体と金属を接触させた後の熱平衡状態の場合について、以下の問①～⑥に答えよ。なお、金属と n 形半導体のフェルミ準位は E_F 、n 形半導体の伝導帯下端のエネルギーは E_C 、n 形半導体の価電子帯上端のエネルギーは E_V で示す。また、金属の仕事関数 ϕ_m と電子親和力 χ_m は 4.8 eV 、n 形半導体の仕事関数 ϕ_s は 4.2 eV 、n 形半導体の電子親和力 χ_s は 4.1 eV とする。

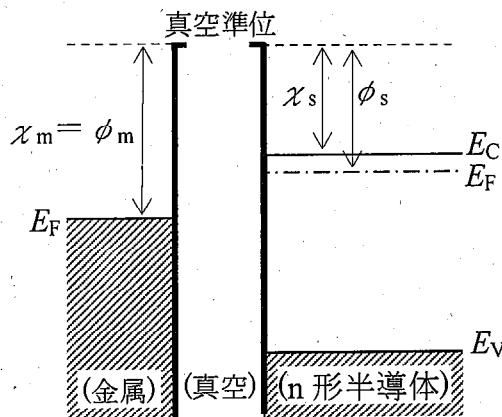


図1 接触前の金属と n 形半導体のエネルギー帯図

[次ページに続く]

- ① 金属 - n形半導体接触のエネルギー帯図を描け。
- ② n形半導体内に生じる拡散電位 V_D によるエネルギー障壁 qV_D の大きさは何 eV か。ここで $q(q > 0)$ は電子の電荷の大きさである。
- ③ 金属から n形半導体に向かう電子に対するエネルギー障壁の大きさは何 eV か。
- ④ 界面領域において空乏層が形成される理由を説明せよ。
- ⑤ n形半導体と金属の接触界面に垂直な方向に、n形半導体内部に向かって x 軸をとる。そして、接触界面の空乏層の端を $x=0$ とし、n形半導体内部の空乏層のもう一方の端を $x=x_d$ とする。ポアソンの方程式を用いて、 $0 \leq x \leq x_d$ での電界の強さを求めよ。ただし、n形半導体内のドナーはすべてイオン化しており、ドナー濃度および誘電率のそれぞれを N_D および ϵ とする。
- ⑥ この金属 - n形半導体接触の電圧電流特性においては整流性が現れる。順方向バイアスの条件は、n形半導体に対して金属を正にバイアス印加した場合と、負にバイアス印加した場合のどちらに対応しているかを答えよ。また、その理由も説明せよ。

[IV] 金属電子論の基礎として、相互作用のない十分多数の自由な電子からなる系を考える。電子はフェルミ統計にしたがうものとし、温度 T 、化学ポテンシャル μ におけるフェルミ分布関数を

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\exp((\epsilon - \mu)/kT) + 1}$$

とする。このとき、全電子数 N は、電子の状態密度 $D(\epsilon)$ を用いて、

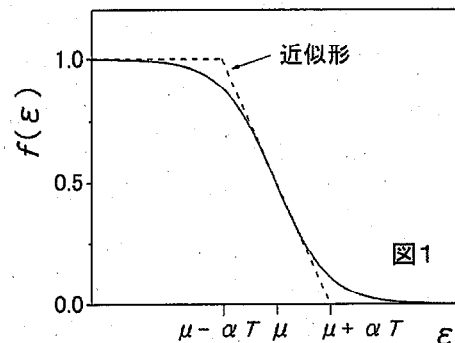
$$N = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

と与えられる。状態密度が定数 $D(\epsilon) = D_0$ であるとして、以下の設問 (1) ~ (6) に答えよ。ただし、 k はボルツマン定数である。

- (1) 「フェルミ分布関数」の物理的意味をパウリの原理と関連づけて説明せよ。
- (2) 「状態密度」の物理的意味を説明せよ。
- (3) フェルミエネルギー ϵ_F を D_0 を用いて表せ。

(4) 温度 T のフェルミ分布関数のグラフを、

図1に実線で与えている。これを、簡単化のために、図1の点線のように近似する。この近似は、 $\mu - \alpha T < \epsilon < \mu + \alpha T$ のみ、フェルミ分布関数の変化を直線 $f(\epsilon) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon - \mu}{\alpha T} \right)$ で表すことに対応する。このとき、定数 α を求めよ。ただし μ の温度変化は無視する。



- (5) 前設問 (4) の近似式により、熱励起した電子の総数を、 T および α を用いて表せ。
- (6) 熱励起した電子の平均の励起エネルギー $\Delta\epsilon$ は、温度に比例し、比例定数を λ として $\Delta\epsilon = \lambda T$ と書くことができる。このとき電子比熱を求めよ。