令和２年度第１次募集（令和元年１０月入学含む）

新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

外国人留学生特別入試

電気情報工学専攻

電気電子工学コース

Ｃ２

専門科目（電気電子工学）
Examination questions

注意事項

Directions

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this sheet before the examination starts.

2　問題冊子は，表紙を含めて全部で４ページある。
There are 4 pages including this cover sheet.

3　３問中２問を選択して解答すること。解答は，すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
Select two from three examination questions and answer to them. All answers must be filled in the designated place on the answer sheet.

4　解答は，すべて解答用紙に記入すること。
Write the answers into the Answer sheet.

5　受験番号は，各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。
Be sure to write the examinee number into ALL necessary parts in the Answer sheet.

6　解答時間は，１２０分である。
Test time is 120 minutes.

7　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。
Use a blank space of this booklet, if necessary.

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

[１] 線形代数 〈Linear Algebra〉

（１）以下に示すベクトル対の間の角度θ[rad]を求めよ。ただし，$0 \leq \theta \leq \pi$とする。
Find the angle θ $(0 \leq \theta \leq \pi)$ in radians between the following pairs of vectors:

$$\text{(a)} \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, \quad \text{(b)} \begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix}-1\\1\\-1\end{bmatrix}, \quad \text{(c)} \begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}, \quad \text{(d)} \begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix} \text{ and } \begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}.$$

（２）以下の行列$\mathbf{A}$を仮定する。
Suppose the following matrix $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}5 & 2 & 1\\2 & 4 & 2\\1 & 2 & 5\end{bmatrix}.$$

(a) $\mathbf{A}$の行列式を求めよ。
Find the determinant of $\mathbf{A}$.

(b) $\mathbf{A}$のすべての固有値を求めよ。
Find all the eigenvalues of $\mathbf{A}$.

(c) $\mathbf{A}$の各固有値に対応する正規化固有ベクトルを求めよ。
Find each normalized eigenvector corresponding to every eigenvalue of $\mathbf{A}$.

(d) $\mathbf{A}$の逆行列$\mathbf{A}^{-1}$を求めよ
Find the inverse matrix $\mathbf{A}^{-1}$ of $\mathbf{A}$.

(e) 以下の式を満たすベクトル$\mathbf{x}$を求めよ。
Find a vector $\mathbf{x}$ that satisfies the following equation:

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix}4\\8\\0\end{bmatrix}.$$

(f) 以下の式を満たすベクトル$\mathbf{y}$を求めよ。
Find the vector $\mathbf{y}$ that satisfies the following equation:

$$\mathbf{y} = \lim_{n\to\infty}(\mathbf{A}^{-1})^n \begin{bmatrix}4\\8\\0\end{bmatrix}.$$

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

[２] 信号処理 〈Signal Processing〉

（１）以下のシステムが線形か否かを回答せよ。ただし，nを整数，$\mathrm{x}[n]$，$\mathrm{y}[n]$をそれぞれ入力数列$\{\mathrm{x}[n]\}$，出力数列$\{\mathrm{y}[n]\}$のn番目の値とする。
For each of the following systems, determine whether the system is linear or not:

(a) $\mathrm{y}[n] = 2\mathrm{x}[n]$,　(b) $\mathrm{y}[n] = \mathrm{x}[2n]$,　(c) $\mathrm{y}[n] = \mathrm{x}[n] - 2$,　(d) $\mathrm{y}[n] = \mathrm{x}[n-2]$,

where n is an integer, as well $\mathrm{x}[n]$ and $\mathrm{y}[n]$ are the nth numbers in an input sequence $\{\mathrm{x}[n]\}$ and the output sequence $\{\mathrm{y}[n]\}$, respectively.

（２）図1に示すシステムTのインパルス応答$\{\mathrm{h}[n]\}$を求めよ。
Find the impulse response $\{\mathrm{h}[n]\}$ of the system T shown in Fig. 1.

（３）図1に示すシステムTの伝達関数$\mathrm{H}(z)$を求めよ。
Find the transfer function $\mathrm{H}(z)$ of the system T.

（４）以下の入力数列$\{\mathrm{x}[n]\}$のZ変換$\mathrm{X}(z)$を示せ。
Find the Z-transform of the following input sequence $\{\mathrm{x}[n]\}$:

$$\mathrm{x}[n] = \begin{cases} n, & 0 \le n \le 3 \\ 0, & n \le -1 \text{ or } n \ge 4 \end{cases}$$

（５）（４）の入力数列$\{\mathrm{x}[n]\}$に対する図1に示すシステムTの応答$\{\mathrm{y}[n]\}$を示せ。
Find the response $\{\mathrm{y}[n]\}$ of the system T shown in Fig.1 to the input sequence $\{\mathrm{x}[n]\}$ in （４）.

（６）図1に示すシステムTの周波数応答$\mathrm{H}(e^{j\omega})$を求めよ。
Find the frequency response $\mathrm{H}(e^{j\omega})$ of the system T shown in Fig.1.

（７）図1に示すシステムTの周波数振幅応答$|\mathrm{H}(e^{j\omega})|$を求め，$0 \le \omega \le \pi$ rad の範囲でグラフを図示せよ。
Find the frequency magnitude response $|\mathrm{H}(e^{j\omega})|$ of the system T shown in Fig.1 and draw the graph in the range $0 \le \omega \le \pi$ rad.

（８）図1に示すシステムTの $\omega = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ rad に対する周波数位相応答$\angle\mathrm{H}(e^{j\omega})$をそれぞれ求めよ。
Determine the frequency phase response $\angle\mathrm{H}(e^{j\omega})$ of the system T shown in Fig.1 at $\omega = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ rad, respectively.

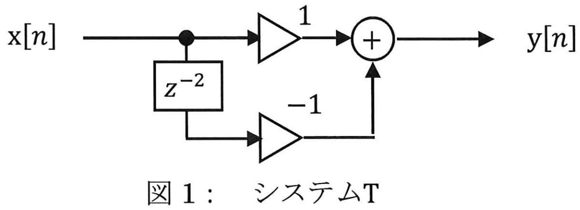

図１：　システムT
Figure 1:　System T

解答は，別途配布される解答用紙に行うこと。
<Write the answers into the Answer sheet.>

[３] 通信システム <Communication Systems>

（１）確率過程 $X(t)$ の電力スペクトル密度が，図 2 のように矩形スペクトル成分と $f = 0$ におけるデルタ関数で表される。次の問いに答えよ。The power spectral density of a random process $X(t)$ is shown in Figure 2. It consists of a delta function at $f = 0$ and a rectangular component.

(a) $X(t)$ の自己相関関数 $R_X(\tau)$ を求めよ。ただし，$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$ を用いて表すこと。Determine the autocorrelation function $R_X(\tau)$ of $X(t)$ using $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$.

(b) $X(t)$ の平均電力を求めよ。What is the average power of $X(t)$?

（２）平均 0，電力スペクトル密度 $N_0/2$ の白色ガウス雑音が，図 3 のフィルタシステムへ入力された。フィルタの応答は，図 3 のように表される。低域通過フィルタ後の雑音を $n(t)$ として次の問いに答えよ。

White Gaussian noise of zero mean and power spectral density $N_0/2$ is applied to the filtering scheme shown in Figure 3. The frequency responses of these two filters are also shown in Figure 3. The noise at the low-pass filter output is denoted by $n(t)$.

(a) 電力スペクトル密度 $S_1(f)$，$S_2(f)$，$S_o(f)$ を求めよ。Find the power spectral density $S_1(f)$, $S_2(f)$, and $S_o(f)$.

(b) $n(t)$ の自己相関関数を求めよ。Find the autocorrelation function of $n(t)$.

(c) $n(t)$ をサンプリングしたとき，そのサンプルが無相関であるためのサンプリングレートを求めよ。What is the rate at which $n(t)$ can be sampled so that the resulting samples are essentially uncorrelated?

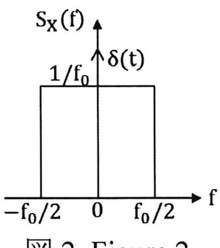

図 2, Figure 2

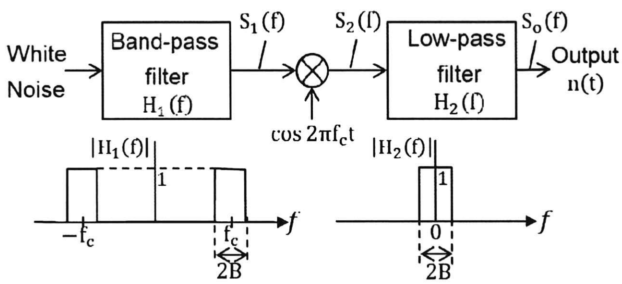

図 3, Figure 3